

# 中国科学院大学

## 2020 年招收攻读硕士学位研究生入学统一考试试题

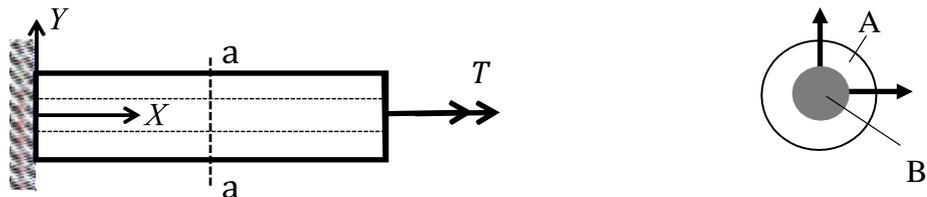
### 科目名称：材料力学

#### 考生须知：

1. 本试卷满分为 150 分，全部考试时间总计 180 分钟。
2. 所有答案必须写在答题纸上，写在试题纸上或草稿纸上一律无效。
3. 可以使用无字典存储和编程功能的电子计算器。

一、（10分）简述平截面假定，并说明该假定在推导纯弯曲梁正应力公式中的作用。

二、（15分）A、B两种材料制成一圆截面杆，外壳部分A与核心部分B有可靠的粘结，复合材料杆的左端固定，右端承受一扭矩 $T$ 的作用，其剪切模量的关系为： $G_A = 2G_B$ ，抗扭截面极惯性矩满足 $I_{pA} = I_{pB} / 2$ 。试示意画出截面a-a处的扭转角、剪应变及剪应力分布图。

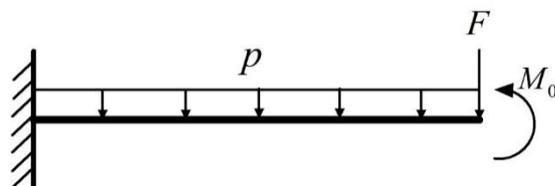


三、（15分）空间应力状态可由 $3 \times 3$ 矩阵的应力张量表达，即 
$$\begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{pmatrix},$$

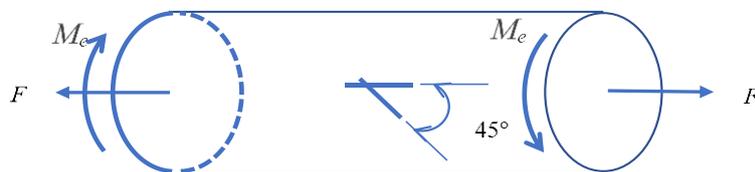
其中 $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ 三个对角线上的量为正应力，其余六个非对角线量为剪应力。因为剪应力互等，即： $\tau_{xy} = \tau_{yx}, \tau_{xz} = \tau_{zx}, \tau_{yz} = \tau_{zy}$ ，应力张量的9个分量只有6个独立的分量。

- （1）请推导出二维问题的剪应力互等定律。
- （2）什么是主应力？结合上面的应力张量表达式写出主应力的求解算式。
- （3）什么是静水应力？对各向同性的材料，静水应力和体积变化有什么关系？

四、（25分）如图所示，一等截面悬臂梁的抗弯刚度为 $EI$ ，梁长为 $L$ ，请问对梁施加的竖向均布载荷 $p$ 、自由端的竖向集中力 $F$ 和弯矩 $M_0$ 为多少时，梁变形后的挠度方程满足 $y = Ax^4$ ？其中 $A$ 为常数。

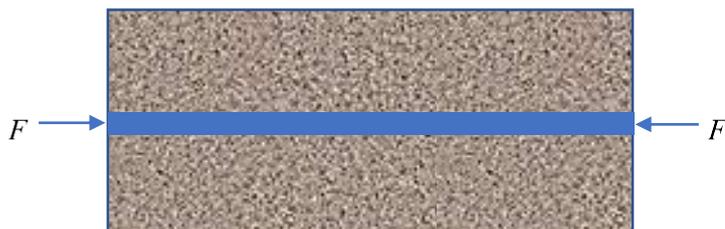


五、(30分)直径 $d = 100\text{mm}$ 的圆轴，受轴向拉力 $F$ 和力偶矩 $M_e$ 的作用。材料的弹性模量 $E = 200\text{GPa}$ ，泊松比 $\mu = 0.3$ ， $[\sigma] = 160\text{MPa}$ 。现测得圆轴表面的轴向线应变 $\varepsilon_0 = 500 \times 10^{-6}$ ，负 $45^\circ$ 方向的线应变 $\varepsilon_{-45^\circ} = 400 \times 10^{-6}$ ，试求 $F$ 和 $M_e$ ，并按第四强度理论校核该轴的强度。



六、(25分)如图所示，弹性地基中有一细长等截面矩形梁，长度为 $l$ ，宽度为 $b$ ，高度为 $h$ ，梁受轴向压力 $F$ 作用。若按文克尔假定（梁身任一点的土抗力和该点的位移成正比）进行求解，其地基刚度为 $k$ 。

- (1) 试建立该梁失稳的平衡微分方程；
- (2) 假设失稳模式为 $w = A \sin \frac{\pi}{l} x$ ，求解失稳时的临界载荷。



七、(30分)如图所示，AB和CB两杆的长度分别为 $L_1$ 和 $L_2$ ，截面的面积分别为 $A_1$ 和 $A_2$ ，杨氏模量分别为 $E_1$ 和 $E_2$ 。两个杆在A、B和C三处铰接， $b_1$ 为AB水平方向的投影， $b_2$ 为CB水平方向的投影； $h$ 为它们的高。在B处同时施加一个水平拉力 $P$ 和一个垂直拉力 $Q$ ，载荷作用下两杆发生线弹性小变形，B点移动到了 $B^*$ 点，相应的水平和垂直位移为 $u$ 和 $v$ 。

- (1) 试用卡氏定理推导 $P, Q$ 和 $u, v$ 的关系式。
- (2) 利用小变形条件将(1)推导的 $P, Q$ 和 $u, v$ 的关系式简化成线性关系式。

