中国科学院大学

2020 年招收攻读硕士学位研究生入学统一考试试题

科目名称：电动力学

考生须知：

1．本试卷满分为 150 分，全部考试时间总计 180 分钟。

2．所有答案必须写在答题纸上，写在试题纸上或草稿纸上一律无效。

一. 简答题（每题 10 分，共 40 分）。

1. 写出真空中无源的微分形式的麦克斯韦方程组，并由此导出电场强度$\vec{E}$和磁感应强度$\vec{B}$满足的波动方程。

2. 简述狭义相对论的基本假设。

3. 写出两种均匀、各向同性介质的交界面处的电场强度$\vec{E}$、磁场强度$\vec{H}$、电位移矢量$\vec{D}$、磁感应强度$\vec{B}$的边值关系。

4. 用千克、米、秒、安培表示出以下物理量的单位：电场强度，磁感应强度，电位移矢量，能量密度，能流密度。

二．单项选择题（每题 5 分，共 40 分）。

1.下列公式中, 错误的是：

(A) $\vec{\nabla}\cdot(\vec{f}\times\vec{g})=(\vec{\nabla}\times\vec{f})\cdot\vec{g}-\vec{f}\cdot(\vec{\nabla}\times\vec{g})$;

(B) $\vec{f}\times(\vec{\nabla}\times\vec{f})=\dfrac{1}{2}\vec{\nabla}f^2-(\vec{f}\cdot\vec{\nabla})\vec{f}$;

(C) $\vec{\nabla}\cdot(\vec{f}\times\vec{g})=(\vec{\nabla}\times\vec{f})\cdot\vec{g}+\vec{f}\cdot(\vec{\nabla}\times\vec{g})$;

(D) $\vec{\nabla}\times(\vec{\nabla}\times\vec{f})=\vec{\nabla}(\vec{\nabla}\cdot\vec{f})-\nabla^2\vec{f}$.

2.一半径为r_1、带电为Q的实心导体球被一个内外半径分别为r_2和r_3的中空导体球壳包围($r_3 > r_2 > r_1$)，并处于静电平衡，则导体球壳内部（r_2和r_3之间）的电场为：

(A) $\vec{E}=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r$;　　(B) 0;　　(C) $\vec{E}=\dfrac{-Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r$;　　(D) $\vec{E}=\dfrac{Q}{8\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r$.

3. 电容率分别为ε_1和ε_2的两无穷大均匀介质的交界面是一无穷大平面，在其中一介质中离界面为a处有一自由点电荷q。若采用电像法求解两介质中的电势，应该放置的像电荷数目为：

(A) 1 个;　　(B) 2 个;　　(C) 3 个;　　(D)无穷多个。

4. 一均匀介质球磁化强度为$\vec{M}$ (常矢量)。若选磁场方向为z轴正方向（即$\vec{M}=M\vec{e}_z$），则在标准的球坐标系(r,θ,φ)中磁化面电流分布为：

(A) $M\cos\theta\vec{e}_\theta$;　　(B) $M\sin\theta\vec{e}_\theta$;　　(C) $M\cos\theta\vec{e}_\varphi$;　　(D) $M\sin\theta\vec{e}_\varphi$.

5. 已知某谐振腔本征角频率为$\omega_{mnp}=\frac{\pi}{\sqrt{\mu\varepsilon}}\sqrt{\left(\frac{m}{L_1}\right)^2+\left(\frac{n}{L_2}\right)^2+\left(\frac{p}{L_3}\right)^2}$，其中$(m,n,p)$为波模, 分别代表三边所含的半波数目。若$L_1\ge L_2\ge L_3$, 则其最低频率的谐振波模为

(A)(1, 0, 0);　　(B) (0, 0, 1);　　(C) (1, 1, 0);　　(D) (0, 1, 1).

6. 下面的物理量中，哪一个不是洛伦兹不变量：

(A) $B^2-\dfrac{1}{c^2}E^2$;　　(B) $B^2+\dfrac{1}{c^2}E^2$;　　(C) 粒子电量 Q;　　(D) $\dfrac{1}{c}\vec{B}\cdot\vec{E}$.

7. 一静质量为m_0的相对论性粒子具有动能$2m_0c^2$，则它的运动速率为：

(A) $v=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}c$;　　(B) $v=\dfrac{\sqrt{2}}{3}c$;　　(C) $v=\sqrt{\dfrac{2}{3}}c$;　　(D) $v=\dfrac{2}{3}c$.

8. 点电荷发出电磁辐射的条件是：

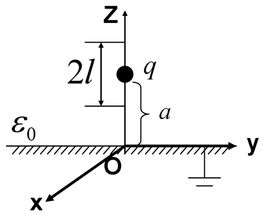
(A)任意方式运动；　　(B)匀速直线运动；

(C)束缚在原子内部；　　(D)加速运动。

三. （共 20 分）电偶极子$\vec{p}$置于一个点电荷Q的电场中，它们相距r，求该电偶极子的势能及其所受的力和力矩。

四．（共 30 分）如图，一电量为q的点电荷位于无限大接地理想导体平面上方，它沿 z 轴在平衡位置$z_0 = a$处做简谐振荡，振幅为 l，频率为ω且$\dfrac{2\pi c}{\omega} >> a$.

1．写出整个系统的电偶极矩、磁偶极矩、电四极矩随时间变化的表达式；



2．求在球坐标系中远处（$r >> a, z > 0$）的电偶极、磁偶极、电四极辐射的电场和磁场；

3．写出导体面内远离原点 O 的$\vec{r}$处的总电场和总磁场，它们满足理想导体界面上的边值关系吗？

（提示：远离原点处的电偶极辐射磁场 $\vec{B}(\vec{r}) = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0 c^3 R} e^{ikR} \ddot{\vec{p}} \times \vec{n}$

磁偶极辐射磁场 $\vec{B}(\vec{r}) = \dfrac{\mu_0}{4\pi c^2 R} e^{ikR} \left(\ddot{\vec{m}} \times \vec{n}\right) \times \vec{n}$

电四极辐射磁场 $\vec{B}(\vec{r}) = \dfrac{1}{24\pi\varepsilon_0 c^4 R} e^{ikR} \dddot{\vec{D}} \times \vec{n}$

上式中 $R = |\vec{r}|,\ k = \dfrac{\omega}{c},\ \vec{n} = \dfrac{\vec{r}}{R}$ ）

五．（共 20 分）静止质量为 $2m$ 和 $9m$ 的两质点分别以速率 $0.6c$ 和 $0.8c$ 沿直线相向运动（c 为光速），碰撞后结合成一复合质点，求：

1．碰撞前两质点的能量和动量；

2．碰撞后复合质点的静止质量和速度。